

10 FEB 1998

На правах рукописи

УДК 533.9, 530.1

БЕЛАШОВ Василий Юрьевич

**ДИНАМИКА НЕОДНОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ
ВОЛН В ДИСПЕРГИРУЮЩИХ СРЕДАХ**

Специальность 01.04.03 - Радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Москва

1997

Работа выполнена в Северо-Восточном комплексном научно-исследовательском институте ДВО РАН

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук, профессор О.А. Похотелов
доктор физико-математических наук, профессор И.С. Веселовский
доктор физико-математических наук С.А. Пулинец

Ведущая организация - Институт космических исследований РАН

Защита диссертации состоится 24 февраля 1998 года в 10 час. 00 мин на заседании Диссертационного совета Д 002.83.01 в ИЗМИРАН 142092, г. Троицк Московской области (проезд автобусом № 531 от станции метро "Теплый стан" до остановки "ИЗМИРАН").

Отзывы на диссертацию и автореферат направлять в адрес Диссертационного совета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЗМИРАН.

Автореферат разослан "23" января 1998 года.

Ученый секретарь Диссертационного совета
доктор физико-математических наук

О.П. Коломийца

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертации

Актуальность темы определяется назревшими проблемами теории неоднородных нелинейных волн в плазме и других средах с дисперсией, той ролью, которую могут играть волновые процессы гидродинамического типа в диссипирующих средах (в том числе в магнитосфере и ионосфере Земли) и, с другой стороны, необходимостью теоретической интерпретации результатов многочисленных лабораторных и космических экспериментов (среди которых следует отметить работы по изучению возбуждения, эволюции и динамики взаимодействия неповерхностных, магнитоакустических и альфвеновских солитонов в плазме, радиофизические эксперименты по исследованию волновых возмущений в ионосфере, моделирование распространения солитонов в радиотехнических линиях, эксперименты с поверхностными и внутренними волнами во вращающихся сосудах и гидродатках и т.д.).

Полученные в последние годы в рассматриваемой области результаты стимулируют пересмотр ряда теоретических положений о физике процессов в конкретных средах и требуют анализа и обобщения в рамках общей теории нелинейных волн. Если, при этом, для одномерных (1D) и некоторых сравнительно простых двумерных (2D) систем, многие задачи динамики нелинейных волн и солитонов к настоящему времени в значительной степени решены, то для более общих систем, среди которых, с точки зрения физики плазмы и других сред с дисперсией, особый интерес представляют двумерные и трехмерные обобщения моделей, описываемых уравнениями Кадомцева-Петвиашвили (КП) и нестационарным уравнением Шредингера с производной нелинейного члена (3-DNLS), они еще весьма далеки от своего решения. При этом суть идеологии обобщения такого рода систем состоит в учете таких факторов, как дисперсионные эффекты высшего порядка, влияние диссипативных процессов, неустойчивостей различного типа, а также стохастических флуктуаций волновых полей, практически всегда присутствующих в реальных средах. В этом контексте особое значение пред-

ставляет теоретическое изучение таких фундаментальных проблем, как устойчивость неодномерных солитонов, динамика их взаимодействий, эффекты самовоздействия и т.п. Здесь возникает ряд новых вопросов, связанных, в частности, с нетривиальностью взаимодействия солитонов (нелинейные резонансы и образование связанных состояний) и "большими" эффектами малых дисперсионных поправок. Построение общей теории таких нелинейных систем актуально как в общетеоретическом аспекте, так и в плане возможных приложений в различных областях физики сплошных сред с дисперсией (физика плазмы, радиофизика, гидро- и аэродинамика и т.д.).

При решении проблем данного класса мы чаще всего сталкиваемся с системами, которые в общепринятом в математической физике смысле не являются полностью интегрируемыми. Вследствие этого, применение для решения подобных задач в замкнутой форме такого эффективного аналитического аппарата, как методы теории возмущений и метод обратной задачи рассеяния весьма затруднено, а в целом ряде случаев просто невозможно, так как требует введения ограничений на фиксирование классов начальных и граничных (в случае появления эффективно действующих границ) условий. При аналитическом исследовании удастся, в лучшем случае, решить проблему устойчивости неодномерных волновых решений, изучить характер асимптотик, а также, с помощью анализа в многомерном фазовом пространстве, качественные характеристики решений и построить классификацию последних. Задача же исследования структуры и динамики неодномерных нелинейных волн, в общем случае аналитически не решаемая, выдвигает проблему развития высокоточных и высокопроизводительных методов численного интегрирования нелинейных неодномерных уравнений, позволяющих моделировать соответствующие физические системы.

Наконец, следует констатировать, что в настоящее время наблюдается некоторый разрыв между быстро прогрессирующими теоретическими исследованиями нелинейных волн и солитонов и рядом прикладных областей, где имеют место соответствующие явления (например, в физике околоземного пространства). С этой точки зрения актуальной

является задача исследования приложений теории нелинейных волн и солитонов к физике реальных сред с дисперсией.

Актуальность перечисленных проблем подтверждается еще и тем, что многие из них имеют отношение к вопросам волновой атмосферно-ионосферно-магнитосферной динамики - в рамках разрабатывавшихся в последние годы и разрабатываемых в настоящее время международных научных программ и проектов (КАПГ, ВИТС/ВАГС, "Терминатор", STEP/SCOSTEP и др.).

Представленные выше соображения обусловили предпринятый в диссертации подход к изучению динамики двумерных и трехмерных нелинейных волн в диспергирующих средах, позволивший развить и систематизировать теорию, а также обнаружить ряд новых эффектов, не проявляющихся в "классических" моделях, описываемых уравнениями КП и DNLS.

Цели работы

Основными целями настоящей работы являются:

1. Обобщение уравнения КП в двумерном и трехмерном случаях путем введения дисперсионной поправки высшего порядка и членов, учитывающих диссипативные эффекты "вязкостного" типа, неустойчивость и стохастические флуктуации внешнего поля (уравнение ОКП); и уравнения 3-DNLS включением в него члена, описывающего диссипацию.
2. Исследование устойчивости двумерных и трехмерных решений уравнения ОКП и трехмерных решений уравнения 3-DNLS в бездиссипативном случае.
3. Исследование характера асимптотик уравнений ОКП-класса и численный анализ его решений в 4-мерном фазовом пространстве.
4. Разработка методов численного интегрирования эволюционных уравнений классов ОКП и 3-DNLS, позволяющих с достаточной точностью решать задачи моделирования динамики неоднмерных нелинейных волн и солитонов в диспергирующих средах с учетом эффектов, обусловленных наличием диссипации, неустойчивости и случайных

флуктуаций волнового поля, в том числе и в случаях, когда дисперсионный параметр является функцией координат и времени.

5. Численное исследование структуры и эволюции неодномерных решений уравнений ОКП и 3-DNLS, а также динамики взаимодействия двумерных солитонов уравнения ОКП.

6. Приложение результатов к задачам исследования: а) нелинейных эффектов самовоздействия при распространении пучка БМЗ волн в замагниченной плазме; б) слаборелятивистских эффектов для ионно-звуковых волн в плазме; в) эволюции трехмерных альфвеновских волн, распространяющихся в плазме вдоль силовых линий магнитного поля, г) динамики уединенных внутренних гравитационных волн (ВГВ) и возбуждаемых ими возмущений электронной концентрации на высотах F-слоя ионосферы, д) структуры и эволюции двумерных волн на "мелкой воде" при переменном во времени и пространстве рельефе дна.

Научная новизна работы

Научная новизна работы определяется следующими результатами:

1. Введено в рассмотрение обобщение трехмерного уравнения КП путем учета дисперсионной поправки следующего порядка и членов, учитывающих влияние диссипации вязкостного типа, неустойчивости и стохастических флуктуаций внешнего поля, что позволило для физических систем с нелинейностью гидродинамического типа, дисперсией, диссипацией и неустойчивостью изучить ряд новых эффектов, не проявляющихся в моделях, описываемых обычным уравнением КП, в том числе и в случайно флуктуирующих средах. Аналогичным образом введено обобщение уравнения 3-DNLS включением в него члена, описывающего диссипацию.

2. Показано, что в случае пренебрежения диссипацией и эффектами, обусловленными неустойчивостью, уравнения ОКП и 3-DNLS являются гамильтоновскими и на основе анализа трансформационных свойств гамильтонианов определены достаточные условия существования абсолютно и локально устойчивых двумерных (уравнение ОКП) и трехмерных (уравнения ОКП и 3-DNLS) решений.

3. Методами асимптотического и качественного анализа изучены характер асимптотик и структура решений обобщенных уравнений КП-класса с произвольным показателем нелинейности. Исследованные уравнения включали, при этом, члены, описывающие дисперсионные эффекты высшего порядка, диссипацию и неустойчивость, обусловленные широким классом причин. В результате были выделены классы волновых решений солитонного, несолитонного ("кинкового") и смешанного типов и построена их классификация в фазовом пространстве и по характеру асимптотик. Новизна состоит как в обобщении известных для отдельных частных случаев результатов, так и в получении новых - на основе построенной общей классификации, что позволяет расширить известные представления о нелинейных волновых процессах в различных диспергирующих средах с учетом процессов диссипации, нелинейности и неустойчивостей различного вида и характера, внешних колебаний поля и т.п.

4. Разработаны новые высокоточные, эффективные, в смысле минимизации временных затрат, методы численного интегрирования обобщенных уравнений КП-класса (в том числе стохастического уравнения ОКП и уравнения КП с параметром дисперсии, являющимся функцией времени и пространственной координаты) и уравнения 3-DNLS, отличающиеся от известных сравнительно высокой производительностью и возможностью контролировать эволюцию решения и взаимодействие солитонов в динамике.

5. Численно исследована структура и динамика двумерных алгебраических и осцилляторных солитонов, а также эволюция нестационарных решений уравнения ОКП. Показано, что взаимодействие осцилляторных солитонов является нетривиальным и впервые изучены условия и динамика формирования найденных ранее стационарных "бисолитонов".

6. Численно изучена структура и эволюция трехмерных нелинейных решений уравнения ОКП в аксиально-симметричной геометрии. Впервые показано, что в исследуемой модели при любых условиях (в том числе, в пренебрежении диссипацией) явление волнового коллапса

отсутствует, а решения представляют собой либо расплывающиеся со временем волновые пакеты, либо трехмерные солитоны.

7. В рамках моделей обобщенных двумерного и трехмерного уравнения КП и уравнения 3-DNLS численно показано, что наличие диссипации вязкостного типа в среде, помимо уменьшения амплитуды волнового поля, оказывает влияние на структуру и симметрию неоднородных решений.

8. Изучены двумерные приложения построенной для уравнения ОКП теории к исследованию

а) нелинейных ионно-звуковых (в том числе и с учетом релятивистских эффектов) волн в плазме; показано, что в результате эволюции двумерного уединенного возмущения ионного звука может формироваться квазиодномерный солитон, параметры которого определяются величиной релятивистского фактора;

б) динамики нелинейных уединенных ВГВ на высотах F-области ионосферы; впервые показано, что в F-слое под воздействием источников импульсного типа могут формироваться двумерные алгебраические либо осцилляторные солитоны ВГВ, изучено формирование под действием таких ВГВ уединенных волн электронной концентрации, причем результаты, полученные при численном моделировании волновых эффектов, связанных с движением солнечного терминатора и солнечным затмением (позволившие выделить волновые "предвестники" указанных явлений), находятся в хорошем согласии с результатами радиофизических экспериментов;

в) воздействия релеевской волны от сейсмического источника на динамику плазмы F-слоя ионосферы; впервые показано, что вызываемые сейсмическими источниками в дальней зоне от очага землетрясения колебания земной поверхности могут приводить к формированию двумерных уединенных колебаний электронной концентрации F-слоя солитонного типа значимой амплитуды, достаточных для их регистрации некоторыми высокоточными радиофизическими методами (доплеровское зондирование, многочастотное "пассивное" наклонное зондирование сигналами удаленных пространственно-разнесенных радио-

станций и т.п.);

г) динамики двумерных солитонов на поверхности "мелкой" жидкости; в частности, впервые показано, что в случае изменяющегося в пространстве и во времени рельефа дна структура и симметрия двумерных солитонов может существенно нарушаться вплоть до формирования сложных солитон-несолитонных решений и турбулизации поверхности жидкости.

9. Изучены трехмерные приложения построенной для уравнения ОКП теории к исследованию

а) нелинейных эффектов при распространении пучка БМЗ волн в замагниченной плазме; при этом было впервые показано, что в данной модели отсутствует явление самофокусировки пучка; в зависимости от соотношения параметров дисперсии имеет место либо рассеяние магнитного "звука", либо, после стадии подфокусировки, формируется стационарный пучок БМЗ волн;

б) динамики 3-мерного пучка БМЗ волн в замагниченной плазме со стохастическими флуктуациями внешнего магнитного поля, которые описывались функцией времени и пространственных координат. В результате, в численных экспериментах было показано, что, независимо от когерентной "длины" внешнего шума, пучок БМЗ волн при распространении рассеивается, приобретая волновую структуру, даже в случае, когда он, в отсутствие флуктуаций поля, должен стабилизироваться. Эволюция заканчивается формированием турбулентного поля независимо от величины дисперсионных параметров и начальных интенсивностей пучка и шума при любом соотношении когерентной длины шума и характеристических размеров пучка. Это означает, что в реальных физических условиях (флуктуации магнитного поля в той или иной мере всегда присутствуют в реальной плазме) стабилизация пучка БМЗ практически невероятна. Результат является новым, ранее неоднократно задачи данного типа исследовались, в основном, лишь для "классических" модельных случаев без учета флуктуаций среды распространения.

10. Исследован характер эволюции 3-мерных альфвеновских волн конечной амплитуды, распространяющихся в замагниченной плазме и описываемых уравнением 3-DNLS. В результате удалось установить, что динамика волновых пакетов в 3-мерном случае качественно отличается от описываемой в рамках одно- и двумерной моделей: в 3-мерном приближении может иметь место развитие неустойчивости самфокусировочного типа, приводящей к волновому коллапсу, а также формирование в процессе эволюции трехмерных стационарных волновых структур.

Достоверность теории, степень обоснованности научных положений и выводов, сформулированных в диссертации, обеспечивается тем, что они основаны на теоретических и численных расчетах, давших взаимно соответствующие результаты, которые, в свою очередь, в рамках приложений теории к проблеме динамики волновых ионосферных возмущений, находятся в хорошем согласии с результатами целенаправленных радиофизических экспериментов по "пассивному" наклонному зондированию ионосферы, проводившихся в период с 1988 г. по 1994 г. в Институте космофизических исследований и распространения радиоволн ДВО РАН при личном участии автора.

Научная и практическая значимость работы. Предложения по использованию результатов

Работа носит теоретический характер. Введенное в диссертации обобщение трехмерного уравнения Кадомцева-Петвиашвили (КП) имеет универсальный характер (в том смысле, что справедливо для широкого спектра сплошных сред с нелинейностью гидродинамического типа, когда соотношение дисперсии представимо в соответствующей форме). В отличие от построенной к настоящему времени теории уравнения КП, относящейся главным образом лишь к весьма идеализированной модели и не учитывающей множества факторов, играющих часто важную роль в физике конкретных сред, подход, предпринятый в диссертации, позволяет рассматривать эффекты, обусловленные диссипацией, процессы, приводящие к нарастанию неустойчивости и обра-

зованию сложных турбулентных структур, дисперсионные эффекты высшего порядка, воздействие на эволюцию волновых пакетов внешних стохастических колебаний соответствующего поля и т.п. Разработанные методы получения и исследования решений обобщенных уравнений КП-класса развивают идеи В.И.Кармана и В.И.Петвиашвили, а также непосредственно примыкают к начатым независимо от исследований автора работам О.А.Похотелова и Ю.А.Степанянца. Разработанная методика изучения динамики нелинейных альфвеновских волн на основе модели уравнения 3-DNLS позволяет обобщить ранее полученные другими авторами (В.И.Петвиашвили, О.А.Похотелов, Л.Стефлю, П.Л.Шукла) результаты на трехмерный случай, при этом удается выявить целый ряд новых, не отмеченных ранее эффектов. Полученные в диссертации результаты позволяют показать аналитически возможность существования устойчивых трехмерных структур - солитонов, динамика которых описывается обобщенными уравнениями КП-класса и уравнением 3-DNLS, а также рассмотреть процессы, связанные с динамикой узких пучков БМЗ и альфвеновских волн, приводящие как к их рассеянию и турбулизации поля, так и к формированию стационарных пучков на соответствующих ветвях колебаний. Результаты диссертационной работы имеют непосредственное приложение к теории ионо-звуковых, БМЗ и альфвеновских волн в плазме (включая плазму ионосферы и магнитосферы), а также к теории ВГВ, распространяющихся на высотах F-слоя ионосферы (включая задачи о воздействии релеевской волны от сейсмического источника на динамику плазмы F-слоя ионосферы), и волн на поверхности "мелкой" жидкости. Кроме отмеченного выше, практическая ценность работы состоит в том, что полученные результаты могут быть использованы при построении динамических моделей магнитосферной и ионосферной плазмы, развитии модельных представлений о возбуждении и эволюции волновых возмущений в среде от источников импульсного типа, а также при интерпретации и анализе результатов лабораторных и натурных экспериментов в области радиофизики, физики плазмы и других областях физики сплошных сред.

Результаты работы, относящиеся к теории нелинейных нестационарных ВГВ и генерации ими усиленных ПИВ электронной концентрации в F-области ионосферы, а также к проблеме возбуждения волновых возмущений в ионосфере сейсмическими источниками, использовались в ИКИР ДВО РАН и используются в настоящее время в СВКНИИ ДВО РАН в рамках работ по исследованию динамики электромагнитных процессов в околоземной плазме естественного и искусственного происхождения и исследованиях, связанных с изучением сейсмо-электромагнитных явлений; в КГУ - в работах, связанных с интерпретацией экспериментальных результатов по метеорному зондированию нижней ионосферы с целью создания диагностической и прогнозной моделей системы термосфера-ионосфера.

Результаты диссертационной работы использованы в ряде хозяйственных работ, внедрены автором в спецкурсы по теории нелинейных волн и солитонов для студентов и аспирантов Международного педагогического университета в г. Магадане и могут найти применение в научно-исследовательских учреждениях и учебных заведениях.

Публикации

Основные результаты диссертации опубликованы в 57 работах, (включая 2 монографии и учебное пособие), из которых 9 написаны в соавторстве.

Апробация работы

Основные научные результаты, полученные в диссертации, обсуждались на 5 отечественных и 32 международных конференциях и симпозиумах (при личном участии автора в 12 международных конференциях и симпозиумах: III Семинаре КАПГ по метеорологическим эффектам в ионосфере (*София, Болгария - 1988*); Международном симпозиуме по волновым ионосферным возмущениям - программа ВИТС/ВАГС (*Алма-Ата, Казахстан - 1989*), IV Симпозиуме КАПГ по солнечно-земным связям (*Самарканд, Узбекистан - 1989*), Международном симпозиуме по ЭМС (*Вроцлав, Польша - 1990*), Симпозиуме по теории и

наблюдениям нелинейных процессов в околоземном пространстве (Варшавский, Польша - 1995); Конференции по нелинейным эволюционным уравнениям и динамическим системам NEEDS'92 (Дубна, Россия - 1992), Международном симпозиуме по ионизации и распространению радиоволн ISAP'92 (Саппоро, Япония - 1992), Международной конференции по физике плазмы ICPP'96 (Нагоя, Япония - 1996), 5 Международном симпозиуме по двойным слоям и связанным с ними нелинейным явлениям (Сендай, Япония - 1996), 5 Международной школе/симпозиуме по моделированию космоса ISSS-5 (Киото, Япония - 1997), Рабочем совещании по сейсмоэлектромагнетизму IWSE'97 (Токио, Япония - 1997), Международной школе/симпозиуму по динамическим системам (И.Новгород, Россия - 1996). Кроме того, результаты докладывались на научных семинарах ряда ведущих институтов: ИЗМИРАН, ИИМ им. М.В.Келдыша, ОНЯИ (Дубна), ЛОМН им. В.А.Стеклова, ИИ КазАН, ЛГУ, КГУ, ВЦ СО РАН и др. Апробация основных положений теории прошла также в период чтения лекций по проблемам динамики нелинейных волн в плазме в качестве приглашенного профессора в Университете электросвязи (Токио), Нагойском университете и Национальном институте термоядерных исследований (Нагоя) в 1992 г.

Структура и объем работы

Диссертация состоит из введения, семи глав, разбитых на 73 параграфа, делящихся в свою очередь на разделы, заключения, двух приложений и списка литературы из 146 наименований. Общий объем диссертации - 254 страницы, включая 53 рисунка, 3 таблицы и 5 страниц приложения.

II. СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обсуждена актуальность темы диссертации, описано современное состояние проблемы, сформулированы цели и задачи исследования и обозначены подходы к их решению, приведены структура и содержание диссертации и указаны печатные работы, в которых отражены основные результаты.

В первой главе выведены двумерное и трехмерное уравнения КП (§ 1) и уравнение 3-DNLS (§ 2) в безразмерном виде и форме, удобной для дальнейшего исследования. Уравнение КП получено из полной системы классических уравнений газодинамики, записанных для некоторых обобщенных величин - "плотности" и скорости "звука", смысл которых зависит от класса изучаемых явлений и поясняется по мере изложения. Далее, безотносительно к типу среды, следуя технике, развитой в работах В.Е.Захарова, строятся решения в виде одномерного и двумерного солитонов КП и приводится анализ их устойчивости. Таким образом, в главе последовательно проводится идея универсальности уравнения КП и инвариантности формы его решений для сред различных типов, для которых закон дисперсии имеет соответствующий вид. Затем уравнение КП в его классической форме обобщается путем введения дисперсионной поправки следующего порядка и членов, описывающих диссипацию вязкостного типа, неустойчивость и стохастические флуктуации волнового поля,

$$\partial_x \left[\partial_t u + c u \partial_x u - \nu \partial_x^2 u + \beta \partial_x^3 u + \delta \partial_x^4 u + \gamma \partial_x^5 u + \eta(t, x, r_\perp) \right] = \kappa \Delta_\perp u,$$

$$\kappa = -c_0 / 2$$

и далее, путем масштабных преобразований, приводится к виду, удобному для последующего анализа. В завершение § 1 рассматриваются основные подходы к численному интегрированию "классического" уравнения КП, использовавшиеся при получении его стационарных неоднородных решений, и кратко обсуждаются их достоинства и недостатки.

В § 2 первой главы из полной системы уравнений одножидкостной магнитогидродинамики получено трехмерное уравнение DNLS (уравнение 3-DNLS) и, в одномерном приближении, рассмотрен подход к его аналитическому интегрированию методом ОЗР и приведены результаты анализа устойчивости одномерных решений в терминах знака первого интеграла движения. Затем проводится обобщение уравнения 3-DNLS введением диссипативного члена и уравнение путем преобразований подобия приводится к безразмерному виду, удобному для дальнейшего анализа:

$$\partial_t h + s \partial_x (|h|^2 h) - i \partial_x^2 h - v \partial_x^2 h = \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \Lambda_{\perp} h dx.$$

В завершение параграфа рассматривается один из весьма эффективных методов численного интегрирования уравнения DNLS в одномерном приближении и обсуждается его применимость к моделированию динамики трехмерных решений.

Во второй главе диссертации показано, что в случае пренебрежения диссипативными эффектами (в отсутствие неустойчивости и стохастических флуктуаций волнового поля для уравнения ОКП) основные уравнения являются гамильтоновскими. На основе анализа трансформационных свойств гамильтониана произведены оценки устойчивости решений уравнения ОКП в двумерной и трехмерной геометрии (§ 1) и уравнения 3-DNLS в трехмерной геометрии (§ 2) для всего диапазона изменения коэффициентов. Для уравнения ОКП с $v = \delta = \eta = 0$ получено, что в соответствии с теоремой Ляпунова абсолютно устойчивыми для широкого класса деформаций гамильтониана

$$H = \int \left[-\frac{\varepsilon}{2} (\partial_x u)^2 + \frac{\lambda}{2} (\partial_x^2 u)^2 + \frac{1}{2} (\nabla_{\perp} \partial_x v)^2 - u^3 \right] d\mathbf{r}, \quad \partial_x^2 v = u,$$

где $\varepsilon = \beta s^{-2}$, $\lambda = \text{sgn}(\gamma)$, $v = |\gamma|^{1/4}$, будут решения при $\gamma > 0$, $\beta \leq 0$ - в двумерном и при $\gamma > 0$, $\beta > 0$ - в трехмерном случае. Наряду с абсолютно устойчивыми выделены локально устойчивые решения, которые могут иметь место при $\gamma > 0$, $\beta > 0$ и $\gamma < 0$, $\beta < 0$ (двумерное уравнение) и при $\gamma > 0$, $\beta \leq 0$ (трехмерное уравнение), найдены достаточные условия устойчивости. Для уравнения 3-DNLS аналогичный анализ показал, что при $\lambda = 1$, $s = -1$ - в случае правополяризованных волн и при $\lambda = -1$, $s = 1$ - в случае левополяризованных волн в плазме с $p = 4\pi nT / B_0^2 > 1$ его трехмерные решения будут устойчивы, если дифракционный коэффициент $\sigma > d \left[\int |h|^4 d\mathbf{r} / \int (\nabla_{\perp} \partial_x w)^2 d\mathbf{r} \right]$, $\partial_x^2 w = h$, $d \approx 0.548$, что является достаточным условием устойчивости. Несмотря на то, что рассмотренные для обоих уравнений классы деформаций не включают всех

возможных деформаций H , произведенные оценки свидетельствуют о устойчивости решений в отмеченных выше случаях и, по крайней мере, могут рассматриваться как необходимые условия. Анализ ограничений на H на полученных численно неоднмерных решениях уравнений ОКП и 3-DNLS (главы 5, 6) подтверждает справедливость сделанных оценок.

В третьей главе методами асимптотического и качественного анализа (последние обычно применяются в теории колебаний для двумерных динамических систем, в диссертационной работе они были распространены на исследование и систематизацию фазовых портретов решений в четырехмерном фазовом пространстве) изучены характер асимптотик и структура решений обобщенных уравнений КП-класса с произвольным показателем нелинейности

$$\partial_t u + \alpha u^r \partial_x u - \mu \partial_x^2 u + \beta \partial_x^3 u + \delta \partial_x^4 u + \gamma \partial_x^5 u = \kappa \Delta_\perp u,$$

имеющие широкие приложения в физике ионосферной и магнитосферной плазмы, гидро- и аэродинамике. В результате были выделены классы волновых решений солитонного, несолитонного ("кинкового") и смешанного типов и построена их классификация в четырехмерном фазовом пространстве и по характеру асимптотик, выражения для которых выписаны в явном виде. Установлено, что решения как солитонного, так несолитонного типов могут иметь характер удлиненных волновых структур и нелинейных осциллирующих волновых пакетов, что в конечном счете определяется знаками и величиной коэффициентов соответствующего уравнения.

В четвертой главе изложена последовательно проводящаяся в работе идеология численных подходов к интегрированию уравнений классов КП и 3-DNLS и представлены применяющиеся для изучения динамики солитонов и нестационарных волновых пакетов в последующих главах диссертации несколько методов численного интегрирования, базирующихся на явных и неявных конечно-разностных схемах (§ 1) с аппроксимацией $O(\tau^2, h_x^2)$ и $O(\tau^2, h_x^4)$, а также динамические

спектральные методы (§ 3), состоящие в предварительном преобразовании Фурье по пространственным координатам исходных уравнений и решении методом Рунге-Кутты получающихся при этом систем дифференциальных уравнений первого порядка. Проанализированы условия устойчивости и сравнительные характеристики схем различных типов, полученные при тестировании на точных решениях исходных уравнений. В отличие от известных численных методов интегрирования уравнений КП-класса, применявшихся для поиска стационарных решений, предложенные методы позволяют контролировать эволюцию решения и взаимодействие солитонов в динамике. Кроме того, имея высокие точностные характеристики, они менее громоздки, чем использовавшиеся в работах С.Л.Мушера и В.Г.Маханькова метод "итерационного расщепления" и хопскотч-метод.

Рассмотрение проведено на основе двумерного уравнения КП (4.1) и трехмерных уравнений КП и 3-DNLS (§ 3), обобщение этих методов на уравнения, учитывающие соответствующие поправки, элементарно и обсуждается в конце главы.

В пятой главе численно исследуется динамика двумерных солитонов уравнения ОКП при $\Delta_\perp = \partial_y^2$. Интегрирование ведется с помощью методов, изложенных в главе 4. Рассмотрена структура двумерных решений во всей области изменения значений дисперсионных коэффициентов β и γ при $v=0$ и с использованием результатов главы 3 оценена их устойчивость (§ 1). Получено, что при $\gamma > 0$, $\beta \leq 0$ в результате эволюции начального импульса формируются двумерные солитоны с алгебраическими асимптотиками, близкими к асимптотикам решений обыкновенного уравнения КП с $\beta/\kappa > 0$. При $\gamma > 0$, $\beta > 0$ численные решения имеют вид двумерных солитонов с хвостами, осциллирующими в x -направлении и монотонно спадающими в y -направлении. При $\gamma < 0$, $\beta \geq 0$ из начального импульса формируются расплывающиеся со временем волновые пакеты. Изучению взаимодействия двумерных солитонов при $v=0$ посвящен § 2. В численных экспериментах установлено,

что при $\gamma > 0$, $\beta \leq 0$ имеют место упругие (во всяком случае в пределах точности численного счета) столкновения: солитоны обмениваются амплитудами и импульсами. При $\gamma > 0$, $\beta > 0$ результаты существенно зависят от соотношения амплитуд и начального расстояния $\Delta x(0)$ между импульсами: при существенно различающихся амплитудах и малых $\Delta x(0)$ формируется один солитон, а при близких амплитудах и больших $\Delta x(0)$ может образовываться двумерная структура, отвечающая связанному состоянию - бисолитону с осцилляциями на хвостах и между главными максимумами. В § 3 численно исследовано влияние диссипации вязкостного типа на эволюцию и структуру двумерных солитонов уравнения ОКП, показано, что диссипативные эффекты, помимо общего экспоненциального во времени уменьшения амплитуды волнового поля, приводят к нарушению структуры и симметрии солитонных решений. В § 4 аналитически и численно исследована эволюция двумерных солитонов уравнения КП в диспергирующих средах со стохастическими флуктуациями волнового поля, описываемыми функцией $\eta(t)$, представляющей собой внешний "шум" в случае, когда характеристические размеры солитона много меньше когерентной "длины" шума. Для белого гауссовского шума $\eta(t)$, с использованием преобразований Галилея, когда "стохастическое" уравнение может быть редуцировано к обычному ("классическому") уравнению КП, аналитически в явном виде получено решение, которое, приобретая со временем волнообразный характер, асимптотически расплывается в соответствии с законом $\sim t^{-9/2}$, в отличие от полученной М.Вадати зависимости $\sim t^{-3/2}$ для одномерного солитона уравнения КдВ. Исследование подкреплено численным моделированием стохастического уравнения КП, подтвердившим аналитические результаты. В заключение (§ 5) численно исследована структура и эволюция двумерных солитонов уравнения КП в средах с переменной дисперсией, когда дисперсионный коэффициент $\beta = \beta(x, y, t)$. При этом показано, что в случае изменяющихся в пространстве и во времени дисперсионных свойств среды структура и

симметрия двумерных солитонов может существенно нарушаться вплоть до формирования сложных солитон-несолитонных решений и турбулизации поверхности $u(x, y)$. Данный результат имеет непосредственное приложение к динамике двумерных солитонов на поверхности "мелкой" жидкости при изменяющемся в пространстве и во времени рельефе дна (см. главу 7, § 5) и к эволюции БМЗ волны в неоднородной плазме и/или магнитном поле (глава 7, § 2).

В шестой главе диссертационной работы численно изучается структура и эволюция трехмерных решений уравнений ОКП во всей области изменения значений дисперсионных коэффициентов β и γ при $v \geq 0$ (§§ 1,3) и 3-DNLS при $\lambda = \pm 1$, $s = \pm 1$, $\sigma \geq 0$, $v \geq 0$ (§§ 2,3) в аксально-симметричной геометрии ($\Delta_\perp = \partial_\rho^2 + (1/\rho)\partial_\rho$). Для интегрирования используются методы, рассмотренные в главе 4. В §§ 1,2 описаны результаты численного изучения структуры решений, оценки устойчивости, а также динамика эволюции трехмерных аксально-симметричных импульсов в пренебрежении диссипацией ($v=0$). Показано (§ 1), что в модели ОКП при $\gamma > 0$ для формирующихся солитоноподобных структур как с алгебраическими ($\beta \leq 0$), так и с осциллирующими ($\beta > 0$) асимптотиками в случае $v=0$ явление коллапса не наблюдается: при $\beta \leq 0$ солитоноподобные импульсы в итоге расплываются, а при $\beta > 0$ наблюдается тенденция к формированию в асимптотике $t \rightarrow \infty$ аксально-симметричной стационарной структуры. Коллапс в модели уравнения ОКП может иметь место лишь в пределе $\gamma \rightarrow 0$, $\beta/\kappa > 0$, $v=0$. При $\gamma < 0$, $\beta \geq 0$, $v=0$ в уравнении ОКП решения представляют собой аксально-симметричные осциллирующие волновые пакеты, расширяющиеся со временем.

Анализ результатов численных экспериментов для модели 3-DNLS (§ 2) позволил установить, что уравнение 3-DNLS с $v=0$ в зависимости от знаков и величины коэффициентов λ , s , σ может иметь, наряду с коллапсирующими и затухающими со временем, 3-мерные решения в

виде альфвеновских солитонов. Последнее будет иметь место при $\lambda = 1$, $s = -1$, $\sigma = 1$, когда гамильтониан

$$H = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} |h|^2 + \lambda s h h^* \partial_x \varphi + \frac{1}{2} \sigma (V_{\perp} \partial_x w)^2 \right] dx, \\ \partial_x^2 w = h, \quad \varphi = \arg(h)$$

удовлетворяет условию $H > -0.715 \lambda s \int h h^* \partial_x \varphi dx$, $\varphi = \arg h$, а также при $\lambda = 1$, $s = 1$ и $\lambda = -1$, $s = -1$, если $\sigma = -1$, когда $H < -0.715 \lambda s \int h h^* \partial_x \varphi dx$.

Таким образом, показано, что 3-мерные альфвеновские волны как с левой, так и с правой круговой поляризацией в некоторой области значений гамильтониана уравнения 3-DNLS могут быть устойчивыми; детально исследована динамика формирования 3-мерных устойчивых решений в виде альфвеновских солитонов и рассмотрена эволюция нелинейных альфвеновских волн, затухающих и загущающихся со временем. В частном случае одномерного приближения ($\sigma = 0$) полученные результаты согласуются с результатами С.П.Доусон и С.Ф.Фонтени для уравнения 1-DNLS.

В заключение главы (§ 3) исследовано влияние диссипации (модели ОКП и 3-DNLS с $\nu > 0$) на эволюцию трехмерных решений. Показано, что наличие диссипации вязкостного типа в среде, помимо уменьшения амплитуды волнового поля, оказывает влияние на структуру и симметрию трехмерных нелинейных волн в обеих моделях, а присутствие в среде стохастических колебаний волнового поля (внешний белый гауссовский шум) при любых значениях дисперсионных параметров в уравнении ОКП (в том числе и в случае, когда при $\nu = 0$ могут формироваться трехмерные солитоны) приводит к распылению уединенных нелинейных импульсов и волновых пакетов в процессе эволюции.

В седьмой главе диссертации рассматриваются приложения полученных результатов к исследованию: а) распространения нелинейных ионно-звуковых волн в плазме без магнитного поля с учетом релятивистских эффектов (§ 1); б) динамики трехмерных БМЗ, распространяющихся в замагниченной плазме (§ 2); в) динамики двумерных уеди-

ненных нелинейных ВГВ, генерируемых на высотах F-области ионосферы фронтами солнечного терминатора и солнечного затмения, а также сейсмическими источниками, и возбуждении ими перемещающихся возмущений электронной концентрации (§ 3); г) эволюции двумерных солитонов гравитационных и гравитационно-капиллярных волн на поверхности "мелкой" жидкости при изменяющемся во времени и пространстве рельефе дна. При этом, для двумерных приложений теории показано, что

а) в результате эволюции двумерного уединенного возмущения ионного звука может формироваться квазидномерный солитон, параметры которого определяются величиной релятивистского фактора;

б) в F-слое ионосферы под воздействием источников импульсного типа могут формироваться двумерные алгебраические либо осцилляторные солитоны ВГВ; изучено формирование под действием таких ВГВ уединенных волн электронной концентрации, причем результаты, полученные при численном моделировании волновых эффектов, связанных с движением солнечного терминатора и солнечным затмением (позволившие выделить волновые "предвестники" указанных явлений), находятся в хорошем согласии с результатами радиофизических экспериментов;

в) в результате воздействия релеевской волны от сейсмического источника на динамику плазмы F-слоя ионосферы вызываемые сейсмическими источниками в дальней зоне от очага землетрясения колебания земной поверхности могут приводить к формированию двумерных уединенных колебаний электронной концентрации F-слоя солитонного типа значимой амплитуды, достаточных для их регистрации некоторыми высокоточными радиофизическими методами (доплеровское зондирование, многочастотное "пассивное" наклонное зондирование сигналами удаленных пространственно-разнесенных радиостанций и т.п.);

г) в случае изменяющегося в пространстве и во времени рельефа дна структура и симметрия двумерных солитонов на поверхности "мелкой" жидкости может существенно нарушаться вплоть до формирова-

ния сложных солитон-несолитонных решений и турбулизации поверхности жидкости.

Для трехмерных приложений теории показано, что

а) в модели уравнения ОКП, описывающей динамику пучка БМЗ волн с узким угловым распределением, отсутствует явление самофокусировки пучка: в зависимости от соотношения параметров дисперсии имеет место либо рассеяние магнитного "звука", либо, после стадии подфокусировки, формируется стационарный пучок БМЗ волн;

б) в модели, описывающей динамику 3-мерного пучка БМЗ волн в замагниченной плазме со стохастическими флуктуациями внешнего магнитного поля, независимо от когерентной "длины" внешнего шума, пучок БМЗ волн при распространении рассеивается, приобретая волновую структуру, даже в случае, когда он, в отсутствие флуктуаций поля, должен стабилизироваться. Эволюция заканчивается формированием турбулентного поля независимо от величины дисперсионных параметров и начальных интенсивностей пучка и шума при любом соотношении когерентной длины шума и характеристических размеров пучка.

В заключении приводится формулировка основных результатов, полученных в диссертации, и их обоснование.

В приложении 1 исследовано алгебраическое уравнение четвертой степени (вещественность, знаки, границы областей определения корней), возникающее при анализе существования экстремумов гамильтониана уравнения ОКП с $\Delta_1 = \partial_z^2$ в главе 3. В приложении 2 рассмотрено разложение четырехмерных динамических систем, линеаризованных в окрестности особых точек, и соответствующих канонических систем на две подсистемы (приложение 2.1), и аналогичное разложение трехмерных динамических систем на двумерную систему и одно уравнение (приложение 2.2), что используется в главе 3 при построении фазовых портретов решений соответственно в 4-мерном и 3-мерном фазовых пространствах.

III. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

Основные результаты, полученные в диссертации и выносимые на защиту, можно сформулировать следующим образом:

1. Введено в рассмотрение обобщение уравнения КП, описывающего двумерные и трехмерные волны в плазме и других средах с дисперсией и нелинейностью гидродинамического типа, - путем учета дисперсионной поправки следующего порядка и членов, учитывающих влияние диссипации вязкостного типа, неустойчивости и стохастических флуктуаций внешнего поля (уравнение ОКП). Аналогичным образом введено обобщение уравнения 3-DNLS путем включения в него члена, описывающего диссипацию. Это дало возможность изучить ряд новых эффектов, не проявляющихся в моделях, описываемых обычными уравнениями КП и DNLS, в том числе - для уравнения ОКП - и в случайно флуктуирующих средах.

2. Методом анализа трансформационных свойств гамильтонианов уравнений ОКП и 3-DNLS определены достаточные условия существования абсолютно и локально устойчивых двумерных (уравнение ОКП) и трехмерных (уравнения ОКП и 3-DNLS) решений. В результате показано, что в двумерной геометрии двумерные солитоны ОКП могут существовать при условиях, отвечающих уравнению КП как с положительной, так и с отрицательной дисперсией; в трехмерной геометрии, в отличие от уравнения КП, в решениях уравнения ОКП имеют место трехмерные абсолютно и локально устойчивые решения. Для уравнения 3-DNLS показано, что 3-мерные альфвеновские волны как с левой, так и с правой круговой поляризацией в некоторой области значений гамильтониана могут быть устойчивыми и уравнение 3-DNLS может иметь, наряду с коллапсирующими и затухающими со временем, 3-мерные решения в виде альфвеновских солитонов.

3. Методами асимптотического и качественного анализа изучены асимптотики и структура решений уравнений ОКП-класса (уравнение КП со всеми дополнительными членами) с произвольным показателем нелинейности. В результате были выделены классы волновых решений солитонного, несолитонного ("кинкового") и смешанного типов и построена их классификация в фазовом пространстве и по характеру асимптотик.

4. Для уравнений ОКП (в том числе стохастического уравнения

ОКП и уравнения КП с параметром дисперсии, являющимся функцией времени и пространственной координаты) и 3-DNLS, записанных в интегродифференциальной форме, разработан ряд методов и алгоритмов численного интегрирования на основе явных и неявных схем, аппроксимирующих дифференциальную часть, с вычислением интегральной части методами Ньютона-Котеса с автоматическим выбором количества узлов. Разработан также метод, основанный на идеологии "динамического" спектрального подхода, весьма эффективный в смысле минимизации временных затрат. Предложенные методы и алгоритмы относительно просты в реализации и позволяют с высокой точностью моделировать динамику неоднородных нелинейных волн и солитонов.

5. Численно исследована структура и динамика двумерных алгебраических и осцилляторных солитонов, а также эволюция стационарных решений уравнения ОКП. Для осцилляторных солитонов (случай отрицательной дисперсии в области достаточно больших k_x - ситуация, когда уравнение КП неоднородных солитонных решений не имеет) установлено, что с уменьшением величины дисперсионного члена высшего порядка частота осцилляций в хвостах растет, причем соответствующее усреднение дает алгебраические асимптотики, подобные асимптотикам солитонов уравнения КП с положительной дисперсией. В численных экспериментах по солитон-солитонным столкновениям показано, что взаимодействие осцилляторных солитонов является нетривиальным и может быть трех типов:

а) упругое столкновение, при котором солитоны обмениваются амплитудами и импульсами;

б) столкновение, приводящее к формированию одиночного солитона с осциллирующими асимптотиками;

в) образование связанного двухсолитонного состояния - осцилляторного "бисолитона".

Изучены условия и динамика формирования найденных ранее стационарных бисолитонов.

6. Численно изучена структура и эволюция трехмерных нелиней-

ных решений уравнения ОКП в аксиально-симметричной геометрии. Показано, что в зависимости от характера дисперсии эволюция начального импульса приводит либо к расплыванию образующегося волнового пакета, либо, после начальной стадии, характеризующейся развитием неустойчивости самофокусировочного типа и последующего ее насыщения, обусловленного возрастающей ролью дисперсионного члена высшего порядка, заканчивается формированием устойчивого трехмерного решения. Таким образом, в отличие от уравнения КП, в исследуемой модели при любых условиях (а том числе, в пренебрежении диссипацией) явление волнового коллапса не наблюдается.

7. Для моделей обобщенных двумерного и трехмерного уравнения КП и уравнения 3-DNLS численно показано, что наличие диссипации вязкостного типа в среде, помимо уменьшения амплитуды волнового поля, оказывает влияние на структуру и симметрию неоднородных решений.

8. В пределе, отвечающем БМЗ ветви "гидродинамических" колебаний замагниченной плазмы, получено выражение для дисперсионного члена высшего порядка и проведен анализ дисперсионных свойств данной физической системы, который показал, что в рассматриваемой модели, в отличие от уравнения КП, явление самофокусировки узкого пучка БМЗ волн наблюдаться не может. В зависимости от соотношения угла θ между осью пучка и магнитным полем и величины m_e / m_i определены условия, соответствующие рассеянию, а также стационарному распространению пучка БМЗ волн в плазме. Численно изучены стадии процесса по мере пространственной эволюции пучка в зависимости от его интенсивности, θ и m_e / m_i . Выполнены исследования влияния стохастических флуктуаций внешнего магнитного поля на динамику пучка БМЗ волн, в результате, в численных экспериментах было показано, что, независимо от когерентной "длины" внешнего шума, пучок при распространении рассеивается, приобретая волновую структуру, даже в случае, когда он, в отсутствие флуктуаций поля, должен стабилизироваться. Эволюция заканчивается формированием турбулентного поля независимо от величины дисперсионных параметров и

начальных интенсивностей пучка и шума при любом соотношении когерентной длины шума и характеристических размеров пучка.

9. Показано, что на высотах F-слоя ионосферы, при соблюдении условий на малость амплитуды и длинноволновое приближение, в результате воздействия источников импульсного типа могут формироваться двумерные солитоны ВГВ, описываемые уравнением ОКП. Аналитически и численно исследовано воздействие таких солитонов на низованную компоненту плазмы и в общем виде найдено решение уравнения непрерывности, отвечающее уединенным ПИВ электронной концентрации в F-слое, структура которых определяется структурой ВГВ. При этом численные исследования проведены для характеристических параметров F-области, близких к реальным.

10. Изучена динамика двумерных солитонов на поверхности "мелкой" жидкости, в частности показано, что в случае изменяющегося в пространстве и во времени рельефа дна структура и симметрия двумерных солитонов может существенно нарушаться вплоть до формирования сложных солитон-несолитонных решений и турбулизации поверхности жидкости.

11. Изучен характер эволюции 3-мерных альфвеновских волн конечной амплитуды, распространяющихся в замагниченной плазме вдоль силовых линий магнитного поля. В численных экспериментах установлено, что динамика волновых пакетов в 3-мерном случае качественно отличается от описываемой в рамках одно- и двумерной моделей: в 3-мерном приближении может иметь место развитие неустойчивости самофокусировочного типа, приводящей к волновому коллапсу, а также формирование в процессе эволюции трехмерных стационарных волновых структур.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах (приведены в хронологическом порядке):

1. *Белашов В.Ю.* Эволюция солитонов КдВ на "этапе нестационарности": Препринт. Магадан: СВКНИИ ДВНЦ АН СССР, 1984. 11 с.
2. *Белашов В.Ю.* Перемещающиеся ионосферные возмущения в F-области ионосферы и их влияние на флуктуации ОНЧ радиосигналов // Proc. IX Int. Wroclaw Symp. on EMC, Poland, Wroclaw, June

- 28-30, 1988. Wrocław, 1988. V. 1. P. 181-184.
3. *Белашов В.Ю.* О возбуждении землетрясениями ВГВ в F-слое ионосферы // Там же. С. 227-229.
 4. *Белашов В.Ю.* Уравнение Кадомцева-Петвиашвили и его приложения: Научный отчет ИКИР ДВО РАН. Магадан: Фонды ИКИР, 1989. 48 с.
 5. *Белашов В.Ю.* О численных методах решения эволюционных уравнений типа уравнения Кадомцева-Петвиашвили: Препринт ИКИР. Магадан, 1989. 21 с.
 6. *Белашов В.Ю.* Динамика крупномасштабных ПЧВ, возбуждаемых уединенными ВГВ в F-слое ионосферы // III Семинар КАПГ по метеорологическим эффектам в ионосфере. София: БАН, 1989. С. 12-13.
 7. *Белашов В.Ю.* О перемещающихся ионосферных возмущениях в слое F // Ионосферные волновые возмущения. Алма-Ата: Наука, 1989. С. 120-128.
 8. *Belashov V. Yu.* Solitary electron density waves induced by the IGW's solitons in the ionosphere // Proc. 1989 Int. Symp. on EMC, Japan, Nagoya, Sept. 8-10, 1989. Nagoya, 1989. V. 1. P. 228-229.
 9. *Belashova A.A., Belashov V. Yu.* Large-scale wave disturbances generated by the eclipse in the ionosphere and EMC problems // Proc. 1989 Int. Symp. on EMC, Japan, Nagoya, Sept. 8-10, 1989. Nagoya, 1989. V. 1. P. 226-227.
 10. *Белашов В.Ю., Карпман В.И.* Численное исследование динамики неоднородных солитонов в слабо диспергирующих средах: Препринт ИЗМИРАН N 43(928). М., 1990. 24 с.
 11. *Белашов В.Ю.* Динамика нелинейных внутренних гравитационных волн на высотах F-области ионосферы // Геомагн. и аэрономия. 1990. Т. 30, N 4. С. 637-641.
 12. *Белашов В.Ю.* Динамическая модель слоя F: аспекты использования в численном моделировании // X Семинар по моделированию ионосферы. М., ВИНТИ, 1990. С. 70.
 13. *Белашова А.А., Белашов В.Ю., Поддельский И.Н.* Комплексные исследования динамики волновых ионосферных возмущений в Дальневосточном регионе СССР // Геомагн. и аэрономия. 1990. Т. 30, N 4. С. 647-650.
 14. *Белашов В.Ю.* О самофокусировке БМЗ в магнитном поле // IX Всесоюзный семинар по ОНЧ излучениям. М.: ИЗМИРАН, 1991. С. 42.
 15. *Belashov V. Yu., Karpman V.I.* 2D and 3D disturbances dynamics in the weakly dispersive media with dissipation // XX Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Italy, Pisa, July 8-12, 1991. Contributed papers. V. 6. P. 1239-1240.

16. *Karpman B.I., Belashov V.Yu.* О структуре двумерных осциллирующих солитонов в слабо диспергирующих средах: Препринт ИЗМИРАН N 25 (972). М., 1991. 19 с.
17. *Karpman V.I., Belashov V.Yu.* Dynamics of two-dimensional solitons in weakly dispersive media // *Phys. Lett.* 1991. V. 154A, N. 3-4. P. 131-139.
18. *Karpman V.I., Belashov V.Yu.* Evolution of three-dimensional nonlinear pulses in weakly dispersive media // *Ibid.* P. 140-144.
19. *Белашов В.Ю.* Об устойчивости двумерных и трехмерных солитонов в слабо диспергирующих средах // *ДАН СССР.* 1991. Т. 320, N1. С. 85-89.
20. *Belashov V.Yu.* The methods for numerical integration of nonlinear evolutionary KP-class equations // *XX Int. Conf. on Phenomena in Ionized Gases, Italy, Pisa, July 8-12, 1991. Contributed papers. V. 6.* P. 1241-1242.
21. *Белашов В.Ю.* Численное исследование динамики неоднмерных нелинейных волн в слабо диспергирующих средах: Дис... канд. физ.-мат. наук. М.: ИЗМИРАН, 1991.
22. *Belashov V.Yu.* Nonlinear effects for FMS waves propagating in magnetized plasma // *Proc. of ISAP'92, Sapporo, Japan, 1992. V. 1.* P. 201-204.
23. *Belashov V.Yu.* On stability of 2D and 3D solitons in plasma // *Ibid.* V. 4. P. 1181-1184.
24. *Belashov V.Yu.* Dissipation's effect on structure and evolution of nonlinear waves and solitons in plasma // *Proc. XI Intern. Wroclaw Symp. on EMC, Wroclaw, Poland, 1992. V. 2.* P. 591-596.
25. *Belashov V.Yu.* The solar terminator front-induced wave disturbances in the ionosphere F layer // *Proc. 1992 int. Symp. on EMC, Beijing, China. 1992.* P. 141-144.
26. *Belashov V.Yu.* Nonlinear stabilization of fast magneto-sonic waves beam in plasma // *Proc. of ICPP'92, Austria, Innsbruck, 1992. V. 1.* P. 187.
27. *Belashov V.Yu.* 2D soliton dynamics in the weakly dispersive media with the stochastic fluctuations // *Proc. of 4th Symposium on double layers, Austria, Innsbruck, 1992.* P. 88.
28. *Belashov V.Yu.* Nonlinear dynamics of Alven waves propagating in magnetized plasma // *Proc. XXIV General Assembly of URSI, Kyoto, Japan, 1993.* P. 657.
29. *Belashov V.Yu.* 2D and 3D soliton dynamics: great significance of small dispersive correction // *Ibid.* P. 657.
30. *Belashov V.Yu.* Dynamics of KP equation solitons in media with low-frequency stochastic fluctuations // *Ibid.* P. 656.

31. *Belashov V. Yu.* Theoretical and numerical study of effects in ionospheric plasma associated with earthquakes and volcano eruptions // *Proc. Intern. Workshop on EM phenomena related to earthquake prediction*, Tokyo, Japan, Sept. 6-8, 1993. P. 93.
32. *Belashov V. Yu.* Nonlinear dynamics of three-dimensional Alfvén waves // *Proc. NEEDS'93*. Italy, 1993. P. 242.
33. *Belashov V. Yu.* Nonlinear dynamics of fast magneto-sonic and Alfvén waves propagating in magnetized plasma // *Proc. 20th Conf. Fusion'93*, Lisboa, Portugal, 1993. P. 467.
34. *Belashov V. Yu.* Nonlinear effects for FMS waves propagating in magnetized plasma // *Plasma Phys. and Controlled Fusion*, 1994. V. 36, issue 10. P. 1661-1668.
35. *Belashov V. Yu.* Dynamics of KP equation solitons in media with low-frequency wave field stochastic fluctuations // *Physics Letters A*, 1995, N 4. P. 282-286.
36. *Belashov V. Yu.* Dynamics of nonlinear waves and solitons in plasma with wave field stochastic fluctuations // *Workshop on Theory and Observations of Nonlinear Proc. in Near-Earth Environment*, Warsaw, Poland, 1995. Abstracts. Warsaw, Space Research Center, 1995. P. 4.1.
37. *Belashov V. Yu.* Nonlinear dynamics of three-dimensional Alfvén waves in plasma // *Ibid.* P. 5.2.
38. *Belashov V. Yu.* Structure and evolution of two-dimensional electron density solitary waves caused by internal gravity waves solitons at heights of ionosphere F layer // *Ibid.* P. 9.3.
39. *Belashov V. Yu.* Nonlinear dynamics of three-dimensional Alfvén waves in magnetospheric plasma. // XX General Assembly of EGS, Kille, Germany, May 5-9, 1995. *Annales Geophysicae Supplement*, 1995. V. 13. P. 78.
40. *Belashov V. Yu.* Nonlinear effects for FMS waves beam propagating in the magnetosphere // *Ibid.* P. 79.
41. *Belashov V. Yu.* Soliton Evolution in Media with Variable Dispersion // XXI General Assembly of EGS, Hague, The Netherlands, May 6-10, 1996. *Annales Geophysicae Supplement*, 1996. V. 14. P. 147.
42. *Belashov V. Yu.* Theoretical and Numerical Study of Earthquake-induced Effects in Ionospheric Plasma // *Ibid.* P. 168.
43. *Belashov V. Yu.* Evolution of the 3D FMS Waves Beam in Plasma with Stochastic Fluctuations of Field // *Ibid.* P. 156.
44. *Belashov V. Yu.* The Problem of Evolution and Stability of 3D Alfvén Waves Propagating in the Magnetosphere-Ionosphere Plasma along the Magnetic Field. *Физика авроральных явлений*, 19-й ежегодный

- Апатитский семинар. Тезисы докл. Препринт ИГи № 96-01-99. Апатиты: Колыский научный центр РАН, 1996. С. 38.
45. *Belashov V. Yu.* Evolution of the FMS Waves in Magnetosphere-Ionosphere Plasma with Variable Dispersion // Там же. С. 51.
 46. *Belashov V. Yu.* Evolution of the FMS Waves in Plasma with Variable Dispersion // XXV General Assembly of URSI, Lille, France, Aug. 28-Sept. 5, Abstracts. Lille, URSI, 1996. P. 475.
 47. *Belashov V. Yu.* Theoretical Study of Seismo-Ionospheric Effects in Nearest and Farthest Zone of Earthquake Nidas // Ibid. P. 676.
 48. *Belashov V. Yu.* Computer Simulation of the 3D FMS Waves Beam Dynamics in Plasma with Stochastic Fluctuation of Magnetic Field // Ibid. P. 474.
 49. *Belashov V. Yu.* Dynamics of the 3D FMS Waves Beam in Plasma with Stochastic Fluctuations of Magnetic Field. Proc. 1996 Int. Conf. on Plasma Physics, Nagoya, Japan, Sept. 9-13, 1996. Contributed Papers. Nagoya, 1997. V. 1. P. 950-953.
 50. *Belashov V. Yu.* Dynamics of the 3D Alfvén Waves Propagating in Magnetized Plasma and Stability Problem // Ibid. P. 954-957.
 51. *Белашов В.Ю., Тюмина С.Г.* Качественный анализ и асимптотики решений обобщенных уравнений КдВ-класса // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. XI, N 1. С. 328-344.
 52. *Belashov V. Yu.* Seismogenic Perturbations at Heights of Ionosphere F Layer // Intern. Workshop on Seismo Electromagnetics (IWSE-97), Tokyo, Japan, March 3-5, 1997. Abstracts. Tokyo, NASDA, 1997. P. 225-233.
 53. *Belashov V. Yu.* Numerical study of dynamics of 3D ion-acoustic and FMS nonlinear waves in plasma using spectral approach // Proc. 5th Int. School/Symp. for Space Simulation, Japan, Kyoto, March 13-19, 1997. RASC, Kyoto Univ., 1997. P. 118-122.
 54. *Belashov V. Yu.* 2D and 3D Solitons in Plasma: Structure, Stability, Dynamics // 5th Symp. on Double Layers-Potential Formation and Related Nonlinear Phenomena in Plasmas. Sendai: Tohoku University, 1997. P. 337-342.
 55. *Белашов В.Ю.* Специальные функции и алгоритмы их вычисления. Учебное пособие. Магадан, МПИУ. 1997. 36 с.
 56. *Белашов В.Ю.* Уравнение КП и его обобщения. Теория, приложения. Магадан: СВКНИИ ДВО РАН; 1997. 158 с.
 57. *Белашов В.Ю., Чернова Н.М.* Эффективные алгоритмы и программы вычислительной математики. Магадан: СВКНИИ ДВО РАН, 1997. 310 с.

Белашов Василий Юрьевич

ДИНАМИКА НЕОДНОМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ
ВОЛН В ДИСПЕРГИРУЮЩИХ СРЕДАХ

Подписано к печати

Усл. печ. л. 1,8. Бесплатно. Заказ № 1

Тираж 120 экз.

Отпечатано в ИЗМИРАН

142092 г. Троицк Московской области